

STATISTIKA TESTIRANJE HIPOTEZA

Pri statističkom ispitivanju pojava (prirodnih ili društvenih), korišćenjem iskustva ili intuicije ili sl., mi formulišemo neke određene pretpostavke koje se odnose na te pojave.

- 1) Prosečna zarada muškaraca bolji od žena
- 2) Nova reklama će povećati prodaju
- 3) Procenat pacijenata koji umru od neke bolesti je ...
- 4) Zavisnost primanja od stručne spreme...

Na osnovu teorijskih, intuitivnih ili nekih drugih razloga, često se pretpostavlja da je istinita neka hipoteza H_0 (ta hipoteza predstavlja formulaciju naše pretpostavke, formulisano tvrđenje o osobini osnovnog skupa).

Istinitost pretpostavki proveravamo na osnovu merenja na uzorku.
Sama hipoteza H_0 (pretpostavka) se odnosi na POPULACIJU, rezultati merenja su rezultati UZORKA, a postupak za proveru hipoteze na osnovu uzorka je TESTIRANJE HIPOTEZE.

Testiranje hipoteza predstavlja postupak za odlučivanje da li podaci u uzorku idu u prilog hipoteze H_0 ili ne (da li uzorak koji smo izvukli podržava naše pretpostavke).

Hipoteze koje se odnose na parametre raspodele na populaciji su PARAMETARSKE HIPOTEZE, a one koje se odnose na kompletnu raspodelu su NEPARAMETARSKE HIPOTEZE.

Parametarski testovi – najčešće se odnose na parametre raspodele. Postupak za testiranje je baziran na pretpostavkama o populaciji (potrebno je da znamo ili pretpostavljamo koju raspodelu ima obeležje na populaciji).

Neparametarski testovi – najčešće se odnose na kompletnu raspodelu. Zaključci o uzorku se donose bez obzira na raspodelu populacije, a zaključujemo upoređivanjem rezultata i pretpostavki.

Hipoteze koje se osnose na samo jednu moguću vrednost parametra (jednu moguću raspodelu) su PROSTE HIPOTEZE, a koje se odnose na više su SLOŽENE HIPOTEZE.

GREŠKA I TIPA – greška kad H_0 odbacimo a ona je tačna.

GREŠKA II TIPA – greška kad H_0 prihvatimo, a ona nije tačna.

$\alpha = P\{(X_1, \dots, X_n) \in C | H_0\}$ - verovatnoća greške I tipa – **NIVO ZNAČAJNOSTI**

$1 - \alpha = P\{(X_1, \dots, X_n) \notin C | H_0\}$ - verovatnoća da smo pogodili tačno

$\beta = P\{(X_1, \dots, X_n) \notin C | \bar{H}_0\}$ - verovatnoća greške II tipa

$1 - \beta = P\{(X_1, \dots, X_n) \in C | \bar{H}_0\}$ - **MOĆ TESTA**

Greška I tipa i Kritična oblast zavise jedno od drugog (ako se menja jedno menjaće se i drugo)

PARAMETARSKI TESTOVI

Odnose se na parametre populacije i neophode su određene pretpostavke (N raspodela)

Da bi proverili te pretpostavke, iz populacije uzimamo uzorak $(X_1, \dots, X_n)$
Nepoznati parametar označimo sa θ .

Proste Hipoteze

Najprostiji je slučaj kad znamo da θ može uzeti samo dve vrednosti θ_0 i θ_1 .
Tada hipoteze formulišemo na sledeći način:

$$H_0 : (\theta = \theta_0)$$

$$H_1 : (\theta = \theta_1)$$

Obe hipoteze su proste hipoteze

Postupak za odlučivanje pri testiranju H_0 :

1) Odredi se statistika $\tau = f(X_1, \dots, X_n)$

2) Odredi se kritična vrednost z_0 , tako da je P događaja $\tau > z_0$ pod uslovom da je $\theta = \theta_0$ jednaka pragu značajnosti α

3) Ako je $\tau < z_0 \Rightarrow H_0$ usvajamo

Ako je $\tau > z_0 \Rightarrow H_0$ ne usvajamo

Složene Hipoteze

U praksi se najčešće pojavljuje slučaj kada je nulta hipoteza prosta, a alternativna složena

$$H_0 : (\theta = \theta_0)$$

$$H_1 : (\theta \neq \theta_0)$$

ili

$$H_1 : (\theta > \theta_0)$$

ili

$$H_1 : (\theta < \theta_0)$$

ZADACI:

1. Za dozu izvesnog leka se zna da ima $N(m,9)$. Uzet je uzorak obima 10 i dobijena je srednja doza 24.3 gr. Sa verovatnoćom greške I vrste 5% testiraj hipotezu gde je matematičko ozekivanje 24 gr, preko alternativnog matematičkog očekivanja 26 gr. Kolika je verovatnoća greške II tipa?

Rešenje:

$$X : (m, 9) \quad \sigma^2 = 9 \quad n = 10 \quad \bar{x} = 24.3$$

$$H_0 (m = 24)$$

$$H_1 (m = 26)$$

- Odredimo kritičnu vrednost z_0 za koju važi da ako je statistika premaši, odbacujemo hipotezu H_0 .

$$P\left\{\bar{x} > z_0 \mid m = 24\right\} = 0.05 = P\left\{\frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{z_0 - 24}{\frac{3}{\sqrt{10}}}\right\} = P\left\{Z^* > \frac{z_0 - 24}{\frac{3}{\sqrt{10}}}\right\} = 0.05$$

$$P\left\{Z^* < \frac{z_0 - 24}{\frac{3}{\sqrt{10}}}\right\} = 0.95 = \phi\left(\frac{z_0 - 24}{\frac{3}{\sqrt{10}}}\right) \quad \begin{array}{l} \text{tab} \\ \Rightarrow \\ N \end{array} \quad \frac{z_0 - 24}{\frac{3}{\sqrt{10}}} = 1.64 \quad \Rightarrow \quad z_0 = 25.56$$

$$\tau < z_0 \Rightarrow \text{usvajamo } H_0$$

$$(\bar{x} = 24.3) < (z_0 = 25.56)$$

- Verovatnoća geške II vrste:

$$P\left\{\bar{x} < z_0 \mid m = 26\right\} = \beta$$

$$P\left\{\frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{25.56 - 26}{\frac{3}{\sqrt{10}}}\right\} = P\{Z^* < -0.46\} = \beta$$

$$\beta = \phi(-0.46) = 1 - \phi(0.46) = 1 - 0.6772 = 0.3228$$

Hipoteze o očekivanoj vrednosti m

$$H_0(m = m_0)$$

$$H_1(m > m_0) \quad \text{ili} \quad H_1(m < m_0) \quad \text{ili} \quad H_1(m \neq m_0)$$

k.o. desnostrana

k.o. levostrana

k.o. obostrana

a) Kada je σ^2 poznato

- Ukoliko X ima Normalnu raspodelu
- Ukoliko nema a imamo dovoljno veliki obim uzorka (CGT)

$$\tau = Z^* = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} : N(0,1)$$

a) Kada σ^2 nije poznato

- Ukoliko X ima Normalnu raspodelu
- Ukoliko nema a imamo dovoljno veliki obim uzorka

$$\tau = t = \frac{\bar{X} - m}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} : t_{n-1}$$

2. Iz populacije sa obeležjem X, za koje se zna standardna devijacija $\sigma=300$, a ne zna raspodela, uzet je uzorak obima $n=99856$ i na osnovu njega izračunata srednja vrednost 24.3. Sa nivoom značajnosti 5% testirati hipotezu da je $m=24$ preko alternativnih

a. $m > 24$

b. $m < 24$

c. $m \neq 24$

Rešenje:

$$X : ? \quad \sigma = 300 \quad n = 99856 \quad \bar{x} = 24.3 \quad \alpha = 0.05 \quad m_0 = 24?$$

a. $H_0(m = 24)$
 $H_1(m > 24)$

- Kritična oblast desnostrana:

$$P\{\tau > z_0\} = \alpha = 0.05$$

$$P\{\tau < z_0\} = 0.95 = \phi(z_0) \Rightarrow z_0 = 1.64 \Rightarrow C = (1.64; +\infty)$$

tab
N

$$\tau = \frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{24.3 - 24}{\frac{300}{\sqrt{99856}}} = 0.316$$

Ako je $\tau \in C \Rightarrow H_0$ odbacujemo, ako je $\tau \notin C \Rightarrow H_0$ prihvatamo

$\tau \notin C \Rightarrow H_0$ prihvatamo $m=24$

b.

$$H_0(m = 24)$$

$$H_1(m < 24)$$

▪ Kritična oblast levostrana:

$$P\{\tau < z_0\} = \alpha = 0.05 = \phi(z_0)$$

tab
N

$$\phi(-z_0) = 0.95 \Rightarrow -z_0 = 1.64 \Rightarrow z_0 = -1.64 \Rightarrow C = (-\infty; -1.64)$$

$\tau \notin C \Rightarrow H_0$ prihvatamo $m=24$

c.

$$H_0(m = 24)$$

$$H_1(m \neq 24)$$

▪ Kritična oblast obostrana:

$$P\{|\tau| > z_0\} = \alpha = 0.05$$

$$P\{|\tau| < z_0\} = 0.95 = P\{-z_0 < \tau < z_0\}$$

tab
N

$$2\phi(z_0) - 1 = 0.95 \Rightarrow \phi(z_0) = 0.975 \Rightarrow z_0 = 1.96 \Rightarrow C = (-\infty; -1.96) \cup (1.96; +\infty)$$

$\tau \notin C \Rightarrow H_0$ prihvatamo $m=24$

3. Za prethodni zadatak pod a) naći ver.gr. II vrste i moć testa.

Rešenje:

▪ Ver. greške II vrste je:

$$P\{\tau < z_0 | m > m_0\} = \beta$$

- Sada očekivana vrednost statistike $Z^* = \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ nije više 0 jer se promenilo m pa moramo

dobitno da standardizujemo. Ako je tačna alternativna hipoteza onda je:

$$E(\tau) = \frac{m - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \sigma(\tau) = 1$$

$$P\left\{\frac{\tau - E(\tau)}{\sigma(\tau)} < \frac{1.64 - E(\tau)}{\sigma(\tau)}\right\} = \beta$$

$$P\left\{\tau^* < \frac{1.64 - \frac{m - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}{1}\right\} = P\left\{\tau^* < 1.64 - \frac{m - 24}{\frac{300}{\sqrt{99856}}}\right\} = \beta = \phi\left(1.64 - \frac{m - 24}{0.95}\right)$$

- Moć testa je:

$$1 - \beta = 1 - \phi\left(1.64 - \frac{m - 24}{0.95}\right)$$

Funkcija moći se još piše $\pi(m)$; tako je na primer:

$$\pi(26) = 1 - \phi\left(1.64 - \frac{26 - 24}{0.95}\right) = 1 - \phi(-1.10) = 1 - (1 - \phi(-1.10)) = 0.8643$$

4. Na osnovu uzorka obima 20, uzetog iz populacije sa obeležjem X koje ima $N(m, \sigma^2)$ raspodelu, dobijeno je srednje vreme rada uređaja koje iznosi 1950 sati i standardno odstupanje koje iznosi 200 sati. Sa pragom značajnosti od 5% testirati hipotezu da je srednje vreme rada uređaja cele populacije tačno 2000 sati, protiv alternativnih
- a. $m > 2000$ b. $m < 2000$ c. $m \neq 2000$

Rešenje:

$$X : N(m, \sigma^2) \quad n = 20 \quad \bar{x} = 1950 \quad S = 200 \quad \alpha = 0.05 \quad m_0 = 2000?$$

a. $H_0(m = 2000)$
 $H_1(m > 2000)$

$$P\{\tau > t_0\} = \alpha = 0.05$$

$$P\{\tau < t_0\} = 0.95 \Rightarrow t_0 = 1.7 \Rightarrow C = (1.7; +\infty)$$

t_{19}

$$\tau = \frac{\bar{x} - m}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} = \frac{1950 - 2000}{\frac{200}{\sqrt{19}}} = -1.09$$

$$\tau \notin C \Rightarrow H_0 \text{ prihvataamo} \quad m=2000$$

b.

$$H_0(m = 2000)$$

$$H_1(m < 2000)$$

$$P\{\tau < t_0\} = \alpha = 0.05 = F(t_0)$$

$$F(-t_0) = 0.95 \Rightarrow -t_0 = 1.7 \Rightarrow t_0 = -1.7 \Rightarrow C = (-\infty; -1.7)$$

t_{19}

$$\tau \notin C \Rightarrow H_0 \text{ prihvataamo} \quad m=2000$$

c.

$$H_0(m = 2000)$$

$$H_1(m \neq 2000)$$

$$P\{|\tau| > t_0\} = \alpha = 0.05$$

$$P\{|\tau| < t_0\} = 0.95 = P\{-t_0 < \tau < t_0\}$$

$$2F(t_0) - 1 = 0.95 \Rightarrow F(t_0) = 0.975 \Rightarrow t_0 = 2.1 \Rightarrow C = (-\infty; -2.1) \cup (2.1; +\infty)$$

t_{19}

$$\tau \notin C \Rightarrow H_0 \text{ prihvataamo} \quad m=2000$$

Hipoteze o varijansi

- Ukoliko promenjiva X ima Normalnu raspodelu

$$\tau = \chi^2 = \frac{n \cdot S^2}{\sigma_0^2} : \chi_{n-1}^2$$

- Uglavnom nas interesuje da li je varijansa veća od neke željene vrednosti

5. Proizvodni proces je stabilan ako varijansa praćenog obeležja X, koje ima $N(m, \sigma^2)$ raspodelu nije veća od 2. Na osnovu uzorka obima 25 dobijena je srednja vrednost i iznosi 17.8 i varijansa koja iznosi 1.8. Sa pragom značajnosti 5% proveriti da li je proizvodni proces stabilan.

Rešenje:

$$X : N(m, \sigma^2)$$

Proces je stabilan: $\sigma^2 \leq 2$

Proces je nestabilan: $\sigma^2 > 2$

$$H_0(\sigma^2 = 2)$$

$$H_1(\sigma^2 > 2)$$

$$P\{\tau > \chi_0^2\} = \alpha = 0.05$$

tab

$$P\{\tau < \chi_0^2\} = 0.95 \Rightarrow \chi_0^2 = 36.415 \Rightarrow C = (36.415; +\infty)$$

χ_{24}^2

$$\tau = \frac{n \cdot S^2}{\sigma^2} = \frac{25 \cdot 1.8}{2} = 22.5 \quad \tau \notin C \Rightarrow H_0$$

Hipoteze o verovatnoći (proporciji)

$$\tau = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} : N(0,1) \qquad \frac{W - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{n}{\sqrt{n}} \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$$

6. Pretpostavlja se da procenat lica sa nekom govornom manom nije veći od 5%. U cilju provere te pretpostavke izabrano je 40 000 lica i utvrđeno je da 4.1% ima govornu manu. Testirati, uz nivo poverenja 0.01 hipotezu $H_0(p=p_0)$ protiv:

a. $p > p_0$ b. $p < p_0$ c. $p \neq p_0$

Rešenje:

$$n = 40000 \qquad \hat{p} = 0.041 \qquad \alpha = 0.01 \qquad p_0 = 0.05$$

a. $H_0(p = 0.05)$
 $H_1(p > 0.05)$

$$P\{\tau > z_0\} = \alpha = 0.01$$

tab

$$P\{\tau < z_0\} = 0.99 \Rightarrow z_0 = 2.33 \Rightarrow C = (2.33; +\infty)$$

N

$$\tau = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{0.041 - 0.05}{\sqrt{0.05(1-0.05)}} \sqrt{40000} = -\frac{0.009}{0.218} = -8.25$$

Prihvatamo H_0 hipotezu

b. $H_0(p = 0.05)$
 $H_1(p < 0.05)$

$$P\{\tau < z_0\} = \alpha = 0.01 = \phi(z_0)$$

tab

$$\phi(-z_0) = 0.99 \Rightarrow -z_0 = 2.33 \Rightarrow z_0 = -2.33 \Rightarrow C = (-\infty; -2.33)$$

N

Ne prihvatamo H_0 hipotezu

c. $H_0(p = 0.05)$
 $H_1(p \neq 0.05)$

$$P\{|\tau| > z_0\} = \alpha = 0.01$$

$$P\{|\tau| < z_0\} = 0.99 = P\{-z_0 < \tau < z_0\}$$

tab

$$2\phi(z_0) - 1 = 0.99 \Rightarrow \phi(z_0) = 0.995 \Rightarrow z_0 = 2.57 \Rightarrow C = (-\infty; -2.57) \cup (2.57; +\infty)$$

N

Ne prihvatamo H_0 hipotezu

Hipoteze o razlici prosečnih vrednosti

- Obeležje X ima $N(m_1, \sigma_1^2)$ raspodelu na prvoj populaciji i $N(m_2, \sigma_2^2)$ na drugoj. Iz prve populacije uzet je uzorak od n_1 elemenata: $X_1, X_2, \dots, X_{n1}$, a iz druge od n_2 elemenata: $X_1', X_2', \dots, X_{n2}'$.

$$H_0(m_1=m_2)$$

$$H_1(m_1 > m_2)$$

k.o. desnostrana

$$H_1(m_1 < m_2)$$

k.o. levostrana

$$H_1(m_1 \neq m_2)$$

k.o. obostrana

- poznata varijansa $\sigma^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$**

$$\tau = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} : N(0,1) \qquad \tau = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}}}$$

- varijansa populacije nije poznata**

A: dva uzorka malog obima

$$\tau = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} (n_1 + n_2 - 2) : t_{n_1 + n_2 - 2}$$

B: dva uzorka velikog obima

$$\tau = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} : N(0,1)$$

7. Iz dve populacije čije obeležje X_1 ima normalnu raspodelu i obeležje X_2 takođe normalnu raspodelu, uzeta su nezavisno jedan od drugog dva uzorka obima n_1 i n_2 . Na osnovu prvog uzorka dobijeni su podaci $\bar{x}_1 = 15, S_1^2 = 0.78$, a na osnovu drugog $\bar{x}_2 = 16, S_2^2 = 1$. Testirati hipotezu da su očekivane vrednosti obeležja X_1 i X_2 iste, protiv alternativnih:
- $H_1(m_1 \neq m_2)$ ako je $n_1=9, n_2=16, \alpha=0.05, \alpha=0.01$
 - $H_1(m_1 > m_2)$ ako je $n_1=4, n_2=11, \alpha=0.01$
 - $H_1(m_1 < m_2)$ ako je $n_1=9, n_2=16, \alpha=0.05, \sigma^2=1$

Rešenje:

a. $H_0(m_1 = m_2)$
 $H_1(m_1 \neq m_2)$

$$\tau = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} (n_1 + n_2 - 2) : t_{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\tau = \frac{15 - 16}{\sqrt{9 \cdot 0.78 + 16 \cdot 1}} \sqrt{\frac{9 \cdot 16}{9 + 16}} (9 + 16 - 2) = -2.41$$

- C: za $\alpha=0.05$

tab

$$P\{|\tau| > t_0\} = 0.05 \Rightarrow 2F(t_0) - 1 = 0.95 \Rightarrow F(t_0) = 0.975 \Rightarrow t_0 = 1.96$$

$t_{23} \sim N$

$$C = (-\infty; -1.96) \cup (1.96; +\infty)$$

Odbacujemo H_0 hipotezu

- C: za $\alpha=0.01$

tab

$$P\{|\tau| > t_0\} = 0.01 \Rightarrow 2F(t_0) - 1 = 0.99 \Rightarrow F(t_0) = 0.995 \Rightarrow t_0 = 2.57$$

$t_{23} \sim N$

$$C = (-\infty; -2.57) \cup (2.57; +\infty)$$

Prihvataemo H_0 hipotezu

b. $H_0(m_1 = m_2)$
 $H_1(m_1 > m_2)$

tab

$$P\{\tau > t_0\} = 0.01 \Rightarrow F(t_0) = 0.99 \Rightarrow t_0 = 2.6 \Rightarrow C = (2.6; +\infty)$$

t_{13}

$$\tau = \frac{15 - 16}{\sqrt{4 \cdot 0.78 + 11 \cdot 1}} \sqrt{\frac{4 \cdot 11}{4 + 11}} (4 + 11 - 2) = -1.643$$

Prihvataemo H_0 hipotezu

c. $H_0(m_1 = m_2)$
 $H_1(m_1 < m_2)$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 = 1 \Rightarrow \tau = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} : N(0,1)$$

tab

$$P\{\tau < z_0\} = 0.05 \Rightarrow \phi(-z_0) = 0.95 \Rightarrow -z_0 = 1.64 \Rightarrow z_0 = -1.64 \Rightarrow C = (-\infty; -1.64)$$

N

$$\tau = \frac{15 - 16}{1} \sqrt{\frac{9 \cdot 16}{9 + 16}} = -2.4$$

Ne prihvatamo H_0 hipotezu

Hipoteze za koeficijent korelacije

- Ukoliko nisu imamo populaciju sa dvodimenzionalnom N raspodelu

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \bar{x} \bar{y}}{S_x S_y} \quad \tau = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} : t_{n-2}$$

8. Na osnovu uzorka obima 27, uzetog iz populacije sa obeležjem X i Y koja ima normalnu raspodelu, dobijeni su podaci:

$$\frac{1}{n} \sum_k x_k y_k = 51 \quad \bar{x} = 8 \quad \bar{y} = 6 \quad S_x^2 = 6.25 \quad S_y^2 = 4$$

Testirati hipotezu da su X i Y nezavisne slučajne promenive

Rešenje:

$$H_0(\rho = 0)$$

$$H_1(\rho \neq 0)$$

$$P\{|\tau| > t_0\} = 0.01$$

tab

$$P\{|\tau| < t_0\} = 0.99 \Rightarrow 2F(t_0) - 1 = 0.99 \Rightarrow F(t_0) = 0.995 \Rightarrow t_0 = 2.57$$

$$t_{25} \sim N$$

$$C = (-\infty; -2.57) \cup (2.57; +\infty)$$

$$r = \frac{51 - 8 \cdot 6}{\sqrt{6.25} \cdot \sqrt{4}} = 0.6 \Rightarrow \tau = \frac{0.6}{\sqrt{1-0.6^2}} \sqrt{25} = 3.75 \quad \text{Odbacujemo } H_0$$

9. Ako je u slučajnom uzorku od 60 elemenata aritmetička sredina jednaka 25, testirati sa rizikom od 5% sledeće hipoteze, ako je $\sigma^2=150$
- $H_0(m=23) \quad H_1(m>23)$
 - $H_0(m=28) \quad H_1(m\neq 28)$
 - $H_0(m=27) \quad H_1(m<27)$

Rešenje:

- a. $H_0(m=23) \quad H_1(m>23)$

$$\tau = \frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{25 - 23}{\sqrt{\frac{150}{60}}} = 1.265$$

$$P\{\tau > z_0\} = 0.05 \Rightarrow z_0 = 1.64 \Rightarrow C = (1.64; +\infty) \Rightarrow H_0 \Rightarrow m = 23$$

- b. $H_0(m=28) \quad H_1(m\neq 28)$

$$\tau = \frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{25 - 28}{\sqrt{\frac{150}{60}}} = -1.897$$

$$P\{|\tau| > z_0\} = 0.05 \Rightarrow 2\Phi(z_0) - 1 = 0.95 \Rightarrow z_0 = 1.96 \Rightarrow C = (-\infty; -1.96) \cup (1.96; +\infty) \Rightarrow H_0 \Rightarrow m = 28$$

tab
N

- c. $H_0(m=27) \quad H_1(m<27)$

$$\tau = \frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{25 - 27}{\sqrt{\frac{150}{60}}} = -1.265$$

$$P\{\tau < z_0\} = 0.05 \Rightarrow z_0 = -1.64 \Rightarrow C = (-\infty; -1.64) \Rightarrow H_0 \Rightarrow m = 27$$